

ข้อสอบกวดนนานาชาติ

สาระคณิตศาสตร์

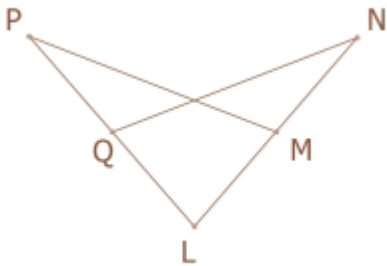
ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ชื่อ.....สกุล.....ห้อง.....เลขที่.....

แสดงวิธีหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ให้ถูกต้องโดยละเอียดที่สุด

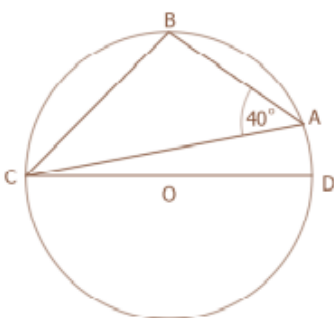
1. จงหาค่าของ  $\sqrt{(-2)^8} + (1 + 2 + 22 + \dots + 2^{2015})^0 + |-16|$  (การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ระดับม.ต้น ข้อ 1)

2. กำหนดให้  $\triangle PLM \sim \triangle NLQ$  ถ้า  $\hat{P}LA = 88^\circ$ ,  $\hat{L}PM = 26^\circ$  แล้ว  $\hat{N}QL$  มีขนาดกี่องศา



3. ค่าของ  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $12^{2x} \times 14^x = 2016^3$  เป็นเท่าใด

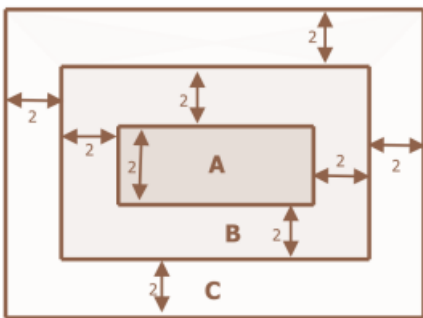
4. จากรูป  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า  $\hat{B}AC = 40^\circ$  แล้ว  $\hat{B}CD$  มีขนาดกี่องศา



5. สมานเขียนจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 50 บนกระดาษ สมส่วนลอกจำนวนแต่ละจำนวนของสมานมาเขียนในกระดาษของตนเอง โดยเปลี่ยนจำนวนที่มีเลขโดด 3 ให้เป็นเลขโดด 1 และเลขโดด 5 ให้เป็นเลขโดด 4 ทั้งสมานและสมส่วนต่างหาผลรวมของจำนวนของตนเอง แล้วผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมานมากกว่าผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมส่วนอยู่เท่าใด
6. เลือกจำนวนแบบสุ่ม 3 จำนวน จากจำนวน 1 ถึง 10 ไม่ซ้ำกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนคี่เป็นเท่าใด
7. จำนวนเต็มบวก  $n$  ที่มีค่าไม่เกิน 100 โดยที่  $n^2 + 9$  หารด้วย 5 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน
8. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง  $a^2 - b^2 = 5005$  แล้วผลบวกของค่า  $a$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นเท่าใด

9. กำหนดให้ A และ B เป็นจุดบนวงกลม เส้นสัมผัสวงกลมที่ A และ B พบกันที่จุด C ซึ่ง Q เป็นจุดบน  $\overline{AC}$  ทำให้  $AQ = 234$  หน่วย และ R เป็นจุดบน  $\overline{BC}$  ทำให้  $BR = 432$  หน่วย ถ้า  $\overline{BA}$  ตัด  $\overline{RQ}$  ที่จุด P และ  $PR = 2016$  หน่วย แล้ว PQ เท่ากับกี่หน่วย

10. ชาตรีสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่างๆ กัน 3 รูป ตามภาพด้านล่าง ให้ A , B และ C เป็นพื้นที่ส่วนที่แรเงาของแต่ละส่วน ถ้า  $A + C = 2B$  แล้วความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่ A ตารางหน่วย ยาวกี่หน่วย



11. ผลบวกของคำตอบของสมการ  $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$  มีค่าเท่าใด

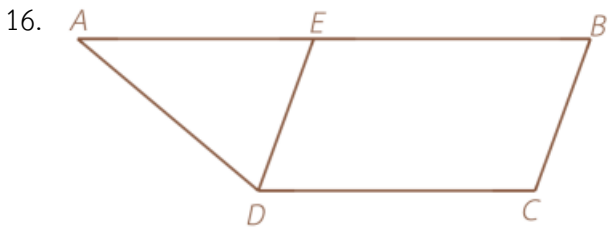
12. เขียนจำนวนเต็มบวก โดยใช้ตัวเลข 2 , 8 และ 9 เท่านั้น แล้วเรียงจำนวนที่ได้จากจำนวนที่มีค่าน้อยไปหาจำนวนที่มีค่ามาก  
2 , 8 , 9 , 22 , 28 , ..... ถ้า 28 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 5 แล้ว 2998 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่เท่าใด

13. จงหาจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดจากจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน  $n$  จำนวน ซึ่งมี 52 อยู่ในกลุ่มนี้ด้วย และ สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนในกลุ่มทั้ง  $n$  จำนวนนี้เป็น 39
2. ถ้านำ 52 ออกจากกลุ่มจะทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนที่เหลือในกลุ่มเป็น 38

14. จำนวนสิบหลักซึ่งสร้างจากเลขโดด 2 , 3 , 4 โดยที่ผลต่างของเลขโดด 2 จำนวนใดๆ ที่อยู่ติดกัน เท่ากับ 1 เสมอ มีทั้งหมด  $m$  จำนวน คือ  $n_1 , n_2 , n_3 , \dots , n_m$  ถ้า  $s(n_1)$  แทนผลบวกของเลขโดด ของ  $n_1$   
เช่น  $s(2559) = 21$  แล้ว  $s(n_1) + s(n_2) + s(n_3) + \dots + s(n_m)$  เท่ากับเท่าใด


15. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $\hat{A}BC = 17^\circ$  ,  $\hat{A}CB = 43^\circ$  ,  $\hat{C}BD = 34^\circ$  ,  $\hat{A}DB = 13^\circ$   
แล้ว  $\hat{B}DC$  มีขนาดกี่องศา



ในรูปสี่เหลี่ยม ABCD ,  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  ,  $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$

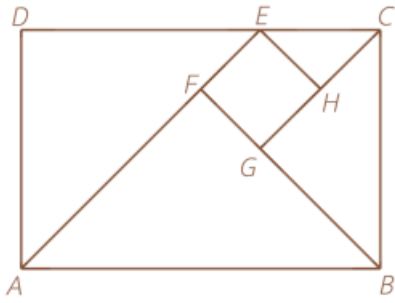
ถ้า  $AD = AE$  และ  $\hat{BCD} = 110^\circ$  แล้ว  $\hat{DAB}$  มีขนาดกี่องศา

17. เทศกาลลดราคาของร้านเสื้อผ้าแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคาเสื้อผ้าเหลือตัวละ 49 % ของราคาที่ยังไม่ได้ซื้อ แต่เมื่อซื้อเสื้อผ้า 2 ตัวพร้อมกัน จะลดราคาเหลือตัวละ 45 % ของราคาที่ยังไม่ได้ซื้อ ถ้าลิลี่ซื้อเสื้อผ้า 2 ตัว พร้อมกันเป็นเงิน 90 ดอลลาร์ แล้วเธอประหยัดเงินกว่าการซื้อเสื้อผ้าครั้งละตัวกี่ดอลลาร์

18.  มีจุด 16 จุด จัดเรียงในรูป 4 จุด x 4 จุด โดยจุดแต่ละจุดในแนวนอนและแนวตั้งอยู่ห่างกันระยะ 1 เซนติเมตร เมื่อนำจุด 4 จุดออกไป จะเหลือจุดอยู่ 12 จุด ดังรูป ถ้าเลือกจุด 3 จุดใดๆ จาก 12 จุดนี้ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม แล้วรูปสามเหลี่ยมที่ได้จะมีพื้นที่มากที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร

19. ถ้าเลือกจำนวน 2 จำนวนที่แตกต่างกันจาก 0 , 1 , 2 , 3 , 4 และ 5 มาแทนค่า  $x$  และ  $y$  แล้ว  $2(x + y)^2 + (x - y)^2$  มีค่าที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของผลรวมของจำนวนนักเรียนทั้ง 3 ห้อง

20.

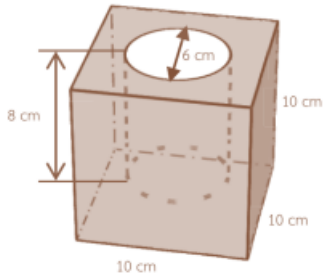


แบ่งรูปสี่เหลี่ยม ABCD ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว 4 รูป  
กับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป ดังรูป ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส EFGH  
เท่ากับ 100 ตารางเซนติเมตร แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD  
เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร

21. ในรูปห้าเหลี่ยม ถ้ามุมหนึ่งมีขนาด 48 องศา มุมที่สองมีขนาดเป็นสามเท่าของมุมแรก มุมที่สามมีขนาดน้อยกว่ามุมที่สอง  
30 องศา และมุมที่สี่มีขนาดน้อยกว่ามุมที่ห้า 10 องศา แล้วมุมที่สี่มีขนาดกี่องศา

22. มีเสื้อเชิ้ต 3 ตัว กางเกงขายาว 3 ตัว และรองเท้า 3 คู่ โดยแต่ละคู่เป็นสีเดียวกัน แต่ละชนิดมีสีแดง สีดำ และสีขาว  
การแต่งตัวต้องสวมเสื้อ 1 ตัว กางเกง 1 ตัว และรองเท้า 1 คู่ มีกี่วิธีที่จะแต่งตัวที่แตกต่างกัน โดยมีอย่างน้อย 1 ชนิดเป็นสีขาว

23.



ลูกบาศก์ที่มีด้านยาว 10 เซนติเมตร และมีทรงกระบอกกลางอยู่ภายในดังรูป  
ถ้าทรงกระบอกกลางมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 6 เซนติเมตร และลึก 8 เซนติเมตร แล้ว  
ลูกบาศก์นี้มีปริมาตรเหลือกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนด  $\pi = 3.14$ )

24. ถ้า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วค่าของ  $(a + b + c)(a + b - c)(-a + b + c)$  ที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด

25. 604 เป็นจำนวนที่เท่าใดของลำดับ 4 , 6 , 10 , 16 , .....

26. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์มี 11 ข้อ ดังนี้

ข้อ 1 – 3 ข้อละ 4 คะแนน / ข้อ 4 – 5 ข้อละ 3 คะแนน / ข้อ 6 – 11 ข้อละ 2 คะแนน

จะมีวิธีเลือกทำข้อสอบได้กี่วิธีจะทำให้ได้คะแนนร้อยละ 60

27. ถ้า  $f(x) = \frac{1}{3^x + \sqrt{3}}$  แล้ว  $\sqrt{3}[f(-5)+f(-4)+f(-3)+f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+\dots+f(5)+f(6)]$

มีค่าเท่าใด

28. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่แนบในวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง โดยมี  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ มุม AOD

มีขนาด 60 องศา และส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็น 20 เซนติเมตร ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ a ตารางเซนติเมตร

แล้ว  $\sqrt{3}a$  มีค่าเท่าใด



29. กำหนด  $x$ ,  $y$  และ  $z$  เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาจำนวนของ  $(x, y, z)$  ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. ค.ร.น. ของ  $x, y$  เป็น 72

ข. ค.ร.น. ของ  $x, z$  เป็น 600

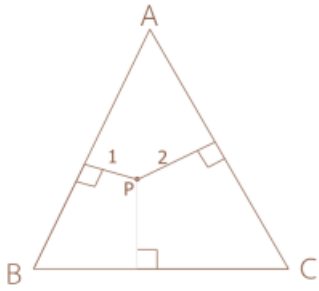
ค. ค.ร.น. ของ  $y, z$  เป็น 900

30. คอร์ด  $CD$  ขนานกับเส้นผ่านศูนย์กลาง  $AB$  ของวงกลมที่มีจุด  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง โดยจุด  $C$  อยู่ใกล้จุด  $A$  เส้นสัมผัสที่สัมผัสวงกลมที่จุด  $A$  พบ  $\overline{BC}$  และ  $\overline{BD}$  ที่ต่อออกไปที่จุด  $E$  และ  $F$  ตามลำดับ ถ้า  $AB = 15$  หน่วย แล้ว

$|\overline{AE}| \times |\overline{AF}|$  มีค่าเท่าใด

31. Let  $x, y$  are integers such that  $xy + x - y = 13$  and  $x^2 + y^2 = 25$  What is the value of  $x - y$  ?

32. in the figure below , a point P is inside an equilateral triangle with side length  $4\sqrt{3}$  so that the distance from P to the two sides are 1 and 2. Find the distance from P to the third side



33. How many positive integer n satisfy the following condition :  $(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}$

34. If  $A = \frac{4}{3 \times 7 \times 11} + \frac{4}{7 \times 11 \times 15} + \frac{4}{11 \times 15 \times 19} + \frac{4}{15 \times 19 \times 23} + \frac{4}{19 \times 23 \times 27}$  then find the value of  $4347A$

35. There are 47 distinct positive integers on the board , the sum of which is 2016. At most how many of these positive integers are odd?

36. Let  $x^2 + y^2 = 10$  and  $xy = 3$  If  $x < y$  and  $y^2 - x^2 > 0$  then find the value of  $y^2 - x^2$

37. Let  $A + B = C$  ,  $C + D = E$  ,  $A + E = F$  and  $B + D + F = 45$  If  $A = 4$  then find the value of  $4E$ .

38. Let A be a counting number which divisible by 7 but A is divided by 3 , 4 , 5 and 6 with remainder 2  
What is the value of A ?

39. Trapezoid ABCD has  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  ,  $\hat{DAB} = 55^\circ$  ,  $\hat{ABC} = 35^\circ$  ,  $AB = 2558$  cm and  $DC = 2016$  cm

If M and N are midpoint of  $\overline{DC}$  and  $\overline{AB}$  respectively , what is the length of  $\overline{MN}$  in cm.

40. Quadrilateral ABCD is inscribed in a circle with radius  $\sqrt{2}$  cm. If the length of  $\overline{AB}$  ,  $\overline{BC}$  and  $\overline{CD}$  is  $\sqrt{6}$  , 2 and  $\sqrt{2}$  cm respectively. What is the length of  $\overline{AD}$  in cm.