



ศูนย์ส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา (สอวน.)

ศูนย์โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

แบบทดสอบเพื่อคัดเลือกตัวแทนศูนย์ สอวน. วิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2563

สอบวันเสาร์ที่ 3 กรกฎาคม พ.ศ. 2564 เวลาสอบ 13.00 – 16.30 น. (210 นาที) คะแนนเต็ม 28 คะแนน

คำชี้แจงการทำแบบทดสอบ

อ่านคำชี้แจงก่อนลงมือทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาทำ 210 นาที คะแนนเต็ม 28 คะแนน
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 หน้า (รวมหน้าปก) จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 7 คะแนน รวมเป็น 28 คะแนน
3. ให้นักเรียนเขียนรหัสผู้เข้าสอบในกระดาษคำตอบทุกแผ่น โดยห้ามเขียนชื่อ-สกุล หรือสัญลักษณ์อื่นใดที่สามารถระบุตัวตนลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนตอบคำถามด้วยการอธิบาย/แสดงวิธีทำ ภายในบริเวณกรอบสี่เหลี่ยมของกระดาษคำตอบที่กำหนดให้ และระบุข้อที่ แผ่นที่ และจำนวนแผ่นทั้งหมดในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
5. ห้ามทำการคัดลอกหรือเผยแพร่ข้อสอบก่อนการประกาศผลสอบโดยเด็ดขาด มิฉะนั้นจะถือว่าเป็นความผิดฐานละเมิดลิขสิทธิ์ และถูกตัดสิทธิ์จากการสอบ
6. ไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลข หรือเครื่องช่วยในการคำนวณอื่นๆ ทุกชนิด

คำตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นที่สุด

5. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนซึ่งมี $\angle A = 60^\circ$ บนวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABD ให้ E เป็นจุดใดๆ บนส่วนโค้ง BD ที่ไม่มีจุด A อยู่ ลากเส้นตรง DE และ AB มาตัดกันที่จุด F จงแสดงว่าเส้นตรง AD, BE และ CF ตัดกันที่จุดเดียว

6. สำหรับจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ n นิยามลำดับ $\{a_n\}$ ดังต่อไปนี้

$$\text{ให้ } a_0 = 0, a_1 = 1 \text{ และ } a_{n+1} = 8a_n - a_{n-1} \text{ เมื่อ } n \geq 1$$

จงแสดงว่าไม่มีพจน์ใดในลำดับดังกล่าว ที่สามารถเขียนในรูป $5^m 7^k$ ได้ เมื่อ m, k เป็นจำนวนเต็มบวก

7. กำหนดตารางหมากรุกขนาด 20×21 ให้เริ่มต้นมีหมากรุก 9 ตัววางเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาด 3×3 ในแต่ละช่องที่มุมล่างซ้ายสุดของตาราง ในการเดินหมากรุกแต่ละครั้งมีกติกาว่า เราสามารถย้ายหมากรุกหนึ่งตัวใดๆ ไปยังช่องที่ว่างอยู่ได้ โดยจะต้องเดินข้ามหมากรุกตัวอื่นที่อยู่ในช่องที่ติดกันเท่านั้น (สามารถเดินได้ทั้งแนวตั้ง แนวนอน และแนวทแยง) จงตอบคำถามพร้อมให้เหตุผลว่า เป็นไปได้หรือไม่ที่จะสามารถเดินหมากรุกตามกติกาดังกล่าว จนกระทั่งหมากรุกทั้ง 9 ตัวย้ายไปอยู่ที่มุมบนขวาสุดของตาราง โดยวางเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาด 3×3 ในแต่ละช่อง

8. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันนิยามจาก $(1, \infty)$ ไปยัง $(1, \infty)$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ สำหรับจำนวนจริง $x, y > 1$ และ $s, t > 0$ ใดๆ

$$f(x^s y^t) \leq f(x)^{\frac{1}{4s}} f(y)^{\frac{1}{4t}}$$

จงหาฟังก์ชัน f ทั้งหมดที่เป็นไปได้

Good Luck